Musterlösung zur Klausur Statistik

Messe-, Kongress- und Eventmanagement
WMS16A

Oettinger 06.2017

100 Punkte, Zeit: 60Min.

Aufgabe 1

(a) Der Median entspricht dem 50%-Quantil, er ist das Merkmal, das die Stichprobe in zwei Hälften teilt - richtig.

(b) Für eine unimodale, symmetrische Verteilung gilt stets, dass der Median und der Modus denselben Wert annehmen: bei einem Maximum und einer symmetrischen Verteilung - richtig.

(c) Die Varianz kann nur positive Werte annehmen, sie ist eine Summe quadrierter Größen - richtig.

(d) Die Farbe von Krawatten besitzt keine natürliche Rangfolge, es handelt sich um ein nominales Merkmal - falsch

(e) Keine der Aussagen (a)-(d) ist richtig - falsch.

Aufgabe 2

(a) Jede Antwort ist zulässig

(b) Statistische Einheit sind Giovannis Kunden, Merkmale sind Speisen und Getränke. Die Merkmalsausprägungen sind die vom Kunden bestellten Gerichte und Getränke, beispielsweise 'Rotwein' oder 'Pizza'.

(c) Darstellung der Daten im Stab- oder Balkendiagramm. Grafik nicht gefordert!

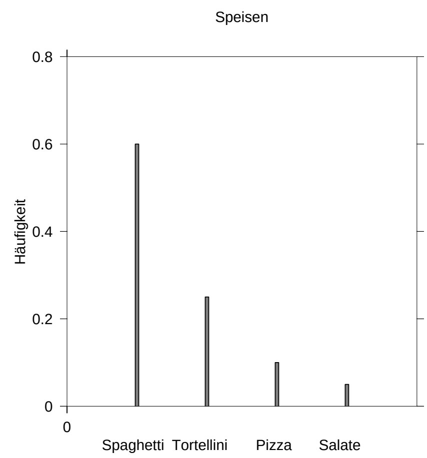

Abbildung 1: Stabdiagramm als Beispiel für die grafische Darstellung

(d) Ereignis A: Kunde bestellt Spaghetti, $P(A) = 0,6$.
Ereignis B: Kunde bestellt Rotwein, $P(B) = 0,7$.
Ereignis C: Kunde bestellt Spaghetti und Rotwein, $P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42 = 42\%$.
Ereignis D: Kunde bestellt Spaghetti, aber keinen Rotwein, $P(D) = P(A) \cdot (1 - P(B)) = 0,6 \cdot (1 - 0,7) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 = 18\%$.

(e) Die relative Häufigkeit für eine Spaghettilänge größer als 80cm ist $0,15 + 0,05 = 0,2 = 20\%$.
Das arithmetische Mittel (in cm) muss mit den Klassenmitten gerechnet werden (wegen der Angabe relativer Häufigkeiten wird nicht durch die Gesamtzahl geteilt):

$$\bar{x} = 0,15 \cdot 30 + 25 \cdot 50 + 40 \cdot 70 + 15 \cdot 90 + 5 \cdot 115 = 64,25$$

Da die Klassen unterschiedlich breit sind, wird die Dichte der relativen Häufigkeiten aufgetragen. Daten zur grafischen Darstellung:

Länge (cm)	Klasenbreite (in m) Δ_k	rel. Häufigkeit f_k	Dichte $f_k^* = \frac{f_k}{\Delta_k}$
$(20; 40]$	$0,20$	0,15	0,75
$(40; 60]$	$0,20$	0,25	1,25
$(60; 80]$	$0,20$	0,4	2,0
$(80; 100]$	$0,20$	0,15	0,75
$(100; 130]$	$0,30$	0,05	0,167

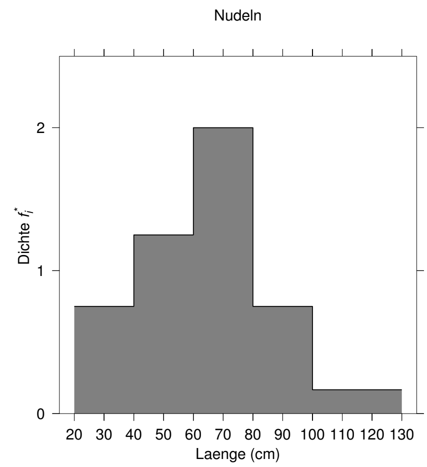

Abbildung 2: Histogramm der Verteilung der Nudellängen

(f) Der Median (in cm) entfällt auf die 3.Klasse $]60;80]$:

$$\bar{x}_Z = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$

$$= 60 + (80 - 60) \cdot \frac{0,5 - 0,4}{0,8 - 0,4} = 65.$$

Aufgabe 3

Redezeiten von Politikern, alle Angaben und Ergebnisse in Minuten:

Politiker	A	B	C	D	E	F
Redezeit	6	8	10	12	20	10

(a) Geordneter Vektor der Merkmalswerte: (6, 8, 10, 10, 12, 20). Median ist

$$\bar{x}_Z = \frac{10 + 10}{2} = 10.$$

(b) $\bar{x} = \frac{1}{6} \cdot (6 + 8 + 10 + 10 + 12 + 20) = 11$.

(c) s_w =max(x_i)−min$(x_i) = 20 - 6 = 14$.

(d) mittlere absolute Abweichung

$$d_{\bar{x}} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{n} \mid x_i - \bar{x} \mid$$

$$= \frac{1}{6} (\mid 6 - 11 \mid + \mid 8 - 11 \mid + 2 \cdot \mid 10 - 11 \mid + \mid 12 - 11 \mid + \mid 20 - 11 \mid) = 10/3$$

Aufgabe 4

Die Aussage des Herrn Trumpet kann durch Vergleich der Variationskoeffizienten überprüft werden. Benötigt werden die arithmetischen Mittel (in %)

$$\bar{x}_A = \frac{1}{7}(5,6 + 6,3 + 6,6 + 6,9 + 7,1 + 7,6 + 6,1) = 6,6$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{7}(40,4 + 41,9 + 47,9 + 40,4 + 48,9 + 41,4 + 42,9) = 43,4$$

sowie die Varianzen und die daraus berechneten Standardabweichungen

$$s_A^2 = \frac{1}{7}\left(5,6^2 + 6,3^2 + 6,6^2 + 6,9^2 + 7,1^2 + 7,6^2 + 6,1^2\right) - 6,6^2$$

$$= 0,383$$

$$\Rightarrow s_A = \sqrt{s_A^2} = 0,619$$

$$s_B^2 = \frac{1}{7}\left(40,4^2 + 41,9^2 + 47,9^2 + 40,4^2 + 48,9^2 + 41,4^2 + 42,9^2\right) - 43,4^2$$

$$= 10,714$$

$$\Rightarrow s_B = \sqrt{s_B^2} = 3,273.$$

Die Variationskoeffizienten $v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$ für die beiden Stichproben sind

$$v_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{0,619}{6,6} = 0,094$$

und

$$v_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,273}{43,4} = 0,075.$$

Damit wird klar, dass Herr Trumpet falsch liegt, die Verteilung der Stimmenanteile für seine Partei A ist deutlich breiter.

Aufgabe 5

Geeignete Mittelwerte.

1. Eine Stunde 50 km/h, 1 Stunde und 15 Minuten 40 km/h.
   Die Gesamtzeit sind 2 Stunden und 15 Minuten, die zurückgelegte Strecke $s = 1$h$\cdot 50$km/h $+1,25$h$\cdot 40$km/h = 100km.
   Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h:
   $$\bar{v} = \frac{100}{2,25} = 44,\bar{4}.$$
   Das ist das harmonische Mittel der Geschwindigkeiten (in km/h):
   $$\bar{v} = \frac{1}{1/2(\frac{1}{50} + \frac{1}{40})} = 44,\bar{4}$$

2. Arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{1}{11}(5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1) = 2$ Sterne

3. Geometrisches Mittel: $\bar{x}_G = \sqrt{(1 + 0,2) \cdot (1 + 0,3875)} - 1 = 29,03\%$

4. Es werden Durchschnittsgeschwindigkeiten gemittelt $\Longrightarrow$ harmonisches Mittel.

5. Insgesamt befragte Personen: 100 + 1000 = 1100. Für die Abschaffung sind 60 + 380 = 440. Also sind 440/1100 = 40% dafür.