Musterlösung zur Übungsklausur Statistik

WMS14A

Oettinger 6/2015

Aufgabe 1

(a) Falsch: der Modus ist die am häufigsten auftretende Merkmalsausprägung in einer Stichprobe.

(b) Richtig: ein ordinales Merkmal besitzt eine natürliche Rangfolge, ein nominales Merkmal keine.

(c) Richtig: es handelt sich um eine Summe absoluter Größen.

(d) Ein Merkmal ist entweder metrisch oder stetig, d.h. es gibt kein Merkmal, das gleichzeitig metrisch und stetig ist - falsch.

(e) Die statistischen Einheiten einer Bewegungsmasse besitzen die Lebensdauer Null - falsch.

Aufgabe 2

Die Tabelle in Form relativer Häufigkeiten:

X (PKW) / Verbrauch Y	1	2	3	4	$\sum$
6,1	0,182	0,2	0,182	0,194	0,185
6,2	0,545	0,6	0,545	0,516	0,546
6,3	0,273	0,2	0,273	0,290	0,269
$\sum$	1	1	1	1	1

(a) Die Spalten der Tabelle relativer Häufigkeiten unterscheiden sich $\Longrightarrow$ die Größen X und Y sind nicht stochastisch unabhängig.

(b) Die bedingte Verteilung $f(x_i|Y = 6,2)$ ist die Zeile mit $Y = 6,2$, also $f(x_i|Y = 6,2) = \{6; 12; 90; 9\}$.

(c) Benötigt wird der Mittelwert des Verbrauchs für PKW 2 (alle Angaben in l):

$$\bar{y}(X=2) = \frac{1}{20}\,(4 \cdot 6,1 + 12 \cdot 6,2 + 4 \cdot 6,3) = 6,2.$$

Die Varianz ist die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert, also

$$s^2(Y|X=2) = \frac{1}{20}\left(4 \cdot (6,1-6,2)^2 + 12 \cdot (6,2-6,2) + 4 \cdot (6,3-6,2)\right)$$

$$= \frac{1}{20} 8 \cdot 0,1^2 = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Aufgabe 3

Die benötigten Daten sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

Alter (Jahre) ...	Absolute Häufigkeit	$\bar{y}_i$	$s^2_{Y,i}$	Klassen-breite Δ_i	h_i^*	rel. f_i	kumul. F_i	rel. q_i	kumul. Q_i
bis 30	10	2,5	1,8	30	0,37	0,0775	0,0775	0,04	0,04
30 - 40	47	4,5	2,9	10	4,7	0,364	0,4415	0,337	0,377
40 - 50	42	5,3	3,4	10	4,5	0,326	0,768	0,355	0,732
50 -65	30	5,6	3,6	15	0,2	0,233	1	0,268	1

Der Anteil der einzelnen Altersgruppen q_i am Gesamteinkommen kann aus dem mittleren Einkommen $\bar{y}_i$ berechnet werden, indem aus den absoluten Häufigkeiten und dem mittleren Einkommen die Summe des Einkommens in der Altersgruppe berechnet und durch die ebenso bestimmte Gesamtsumme geteilt wird.

(a) Berechnung des arithmetischen Mittels in Jahren: Histogramm:

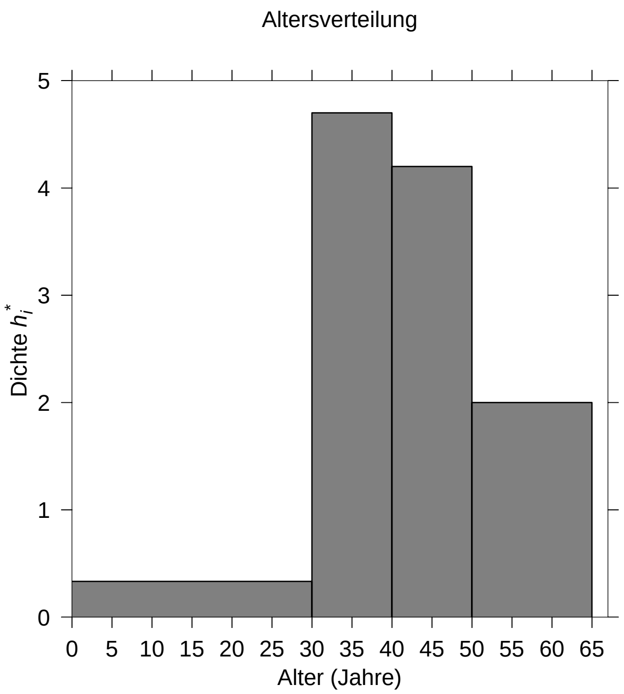

Abbildung 1: Histogramm der Altersverteilung

$$\bar{x} = \frac{1}{129}(15 \cdot 10 + 35 \cdot 47 + 45 \cdot 42 + 57,5 \cdot 30) = 41,94.$$

(b) Berechnung des Medians in Jahren unter Annahme von Gleichverteilung innerhalb der Klassen: der Wert von 0,5 wird in der dritten Klasse ($40 - 50$ Jahre) erreicht.

$$\begin{aligned}\bar{x}_Z &= x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \cdot \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} \\ &= 40 + (50 - 40) \cdot \frac{0,5 - 0,4415}{0,768 - 0,4415} = 41,79\end{aligned}$$

(c) Lorenz-Plot:

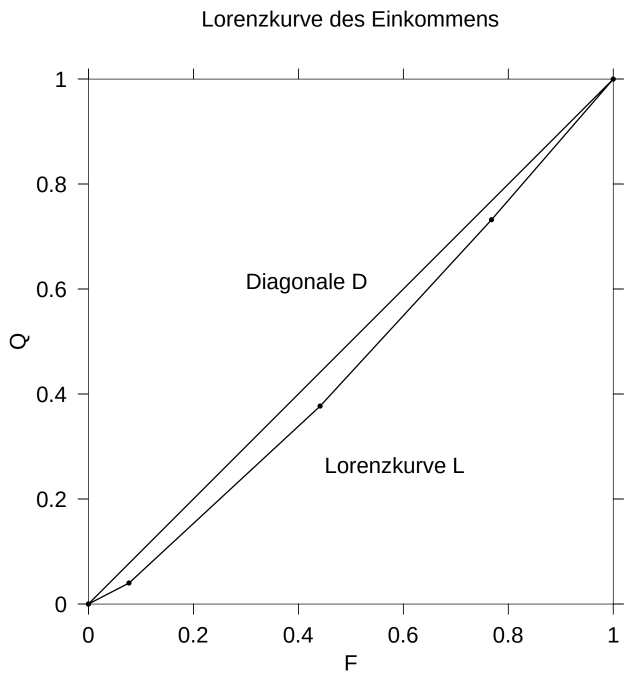

Abbildung 2: Lorenzkurve der Einkommensverteilung

Aufgabe 4

Es handelt sich beim idealen Wüfel um ein Laplace-Experiment mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/6$ für das Auftreten einer bestimmten Augenzahl.

(a) Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander die zwei zu würfeln: $P = 1/6 \cdot 1/6 = 1/36$.

(b) Für den ersten Würfel sind alle Augenzahlen zulässig, für den zweiten nur die vom ersten Würfel vorgegebene: $P = 1 \cdot 1/6 = 1/6$.

(c) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Würfel eine Augensumme zeigen ist 1. Die Wahrscheinlichkeit für unterschiedliche Augenzahlen ist die Wahrscheinlichkeit einer Augensumme minus der Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Würfel dieselbe Augenzahl zeigen, also $P = 1 - 1/6 = 5/6$.

Aufgabe 5

a) Je Tag werden 350l abgefüllt, also insgesamt 1750l. Dafür werden

$$\frac{350}{32} + \frac{350}{45} + \frac{350}{35} + \frac{350}{40} + \frac{350}{39}$$

Stunden benötigt. Die mittlere Rate ist also (in l/h):

$$\frac{1750}{\frac{350}{32}+\frac{350}{45}+\frac{350}{35}+\frac{350}{40}+\frac{350}{39}} = 37,69$$

b) Arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} = \frac{15+16,5+17,5+18+18+20+22}{7} = \frac{127}{7} = 18,1429$$

c) (a) Harmonisches Mittel:

$$\bar{x}_H = \frac{7}{\frac{1}{15}+\frac{1}{16{,}5}+\frac{1}{17{,}5}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{20}+\frac{1}{22}} = 17,9037$$

(b) Die Durchschnittsgeschwindigkeit erhält man als Quotienten der gesamten zurückgelegten Strecke und der gesamten benötigten Zeit, also

$$\frac{15km+16,5km+17,5km+18km+18km+20km+22km}{7h}$$

Die Anwendung des arithmetischen Mittels ist hier korrekt.

d) geometrisches Mittel:

$$\bar{x}_G = \sqrt{2\cdot 2}-1 = 2-1 = 1 \text{ oder } 100\%,$$

genau das ist ja die Aussage (verdoppelt sich jede Nacht!).

e)

$$\bar{x}_G = \sqrt{2\cdot 8}-1 = 4-1 = 3 \text{ oder } 300\%.$$

Aufgabe 6

1. Mittleres Alter der Studierenden der DHBW in Ravensburg: Bestandsmasse.

2. Todesfälle in einer Gemeinde: Bewegungsmasse.

3. Maschinenausfälle in einer Werkstatt: Bewegungsmasse.

4. Die Bevölkerung in Ravensburg zum 1.9.2010: Bestandsmasse.