

# Musterlösung zur Klausur Statistik

**WMS12B**

**Oettinger 09.2013**

**Zeit: 60Min.**

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 100.

## **Aufgabe 1**

- (a) Der Median entspricht dem 50%-Quantil - richtig.
- (b) Median und Modus nehmen im Allgemeinen nicht denselben Wert an - falsch.
- (c) Median und Modus können bei einer symmetrischen Verteilung natürlich auch denselben Wert annehmen - falsch.
- (d) Die Varianz kann nur positive Werte annehmen - richtig.
- (e) Das arithmetische Mittel kann auch negative Werte annehmen - falsch.

## **Aufgabe 2**

6-stellige ID-Nummern für den neu gegründeten Paketdienst, Berechnung unter der vereinfachenden Annahme, dass auch 000000 als ID-Nummer zulässig sein soll:

- (a) Jede beliebige Farbe.

- (b) Anzahl  $A$  aller möglichen Kombinationen für 6-stellige Nummern:  
 Jede Stelle kann mit  $0 \dots 9$  besetzt werden.  $A = 10^6$  (unter der Annahme, dass auch 000000 als ID-Nummer zählt).
- (c) Soll keine Nummer mit einer Null beginnen, gibt es für die erste Stelle nur 9 Möglichkeiten ( $1 \dots 9$ ).  $A = 9 \cdot 10^5$ .
- (d) Keine Ziffer soll zweimal vorkommen (Berechnung unter der Annahme, dass eine führende Null erlaubt ist): für die erste Stelle gibt es 10 Möglichkeiten, für die zweite 9, für die dritte 8 usw.  
 $A = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$

### Aufgabe 3

Benötigt werden zunächst die Mittelwerte (arithmetisches Mittel) der beiden Stichproben (Angaben in Jahren).

Gruppe 1:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{6}(3 \cdot 22 + 2 \cdot 23 + 28) = 22,83$$

Gruppe 2:

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{6}(40 + 42 + 39 + 44 + 2 \cdot 45) = 42,5$$

Als Maß für die Streuung wählen wir die Standardabweichung

$$s = +\sqrt{s^2} \text{ mit } s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

also für die beiden Gruppen

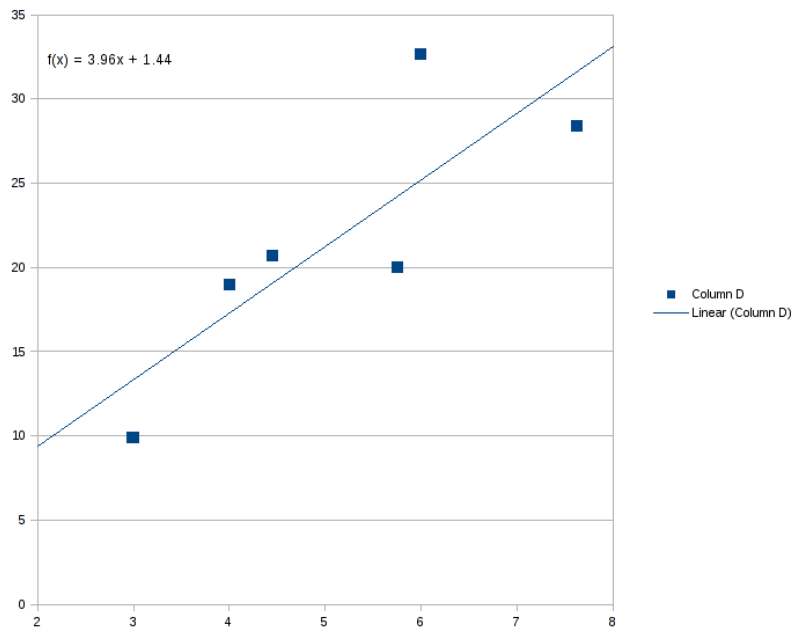
$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{6}(3 \cdot (22 - 22,83)^2 + 2 \cdot (23 - 22,83)^2 + (28 - 22,83)^2)} = 2,13$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{6}((40 - 42,5)^2 + (42 - 42,5)^2 + (39 - 42,5)^2 + (44 - 42,5)^2 + 2 \cdot (45 - 42,5)^2)} = 2,36$$

Die Streuung der Einzelwerte um den Mittelwert ist in der ersten Gruppe etwas geringer, also sind die einzelnen Merkmalswerte typischerweise näher beieinander.

## Aufgabe 4

- a) Alle Werte sind zulässig.  
 b) Daten mit Ausgleichsgerade



- c) Anpassung einer Geraden  $y = a \cdot x + b$  über lineare Regression: Tabelle benötigter Daten

City	Hamburger	Kinokarten				
	$x_i$	$y_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
Toyo	5.99	32.66	1.1	12.64	13.9	1.21
London	7.62	28.41	2.73	8.39	22.9	7.45
New York	5.75	20	0.86	-0.02	-0.02	0.74
Sydney	4.45	20.71	-0.44	0.69	-0.3	0.19
Rio de Janeiro	2.99	9.9	-1.9	-10.12	19.23	3.61
Ravensburg	4	19	-0.89	-1.02	0.91	0.79

Die Steigung der Geraden ist (für die Daten oben)

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 3,96$$

der Achsenabschnitt ist

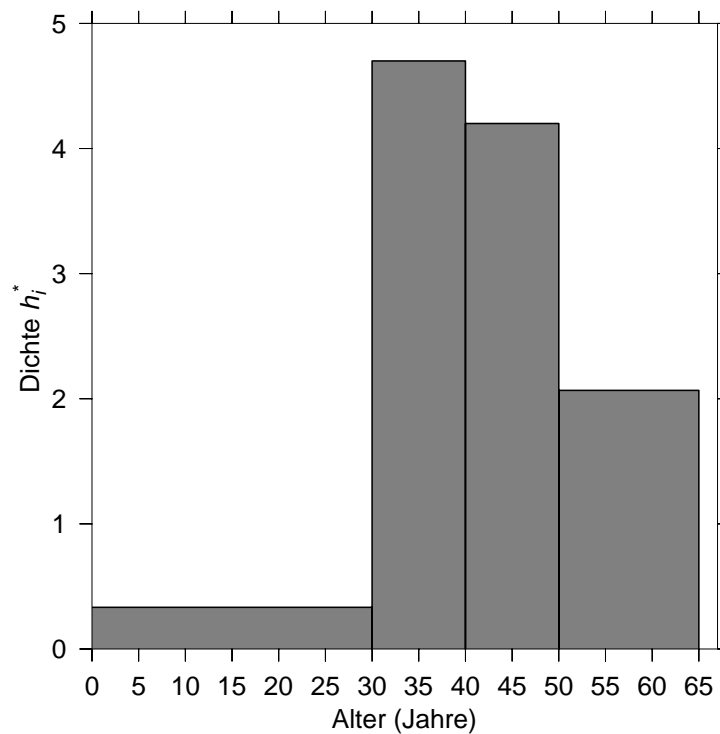
$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1,44$$

## Aufgabe 5

Daten zur Altersverteilung:

Alter in Jahren von ... bis unter ...	Absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit $f_i$	kumulierte rel. Häufigkeit $F_i$	Klassenbreite $\Delta_i$	Dichte $h_i^* = h_i/\Delta_i$
bis 30	10	0,076	0,076	30	0,333
30 - 40	47	0,362	0,438	10	4,7
40 - 50	42	0,323	0,761	10	4,2
50 -65	31	0,238	1	15	2,07

(a) Histogramm der Altersverteilung:  
Altersverteilung



(b) Berechnung des Durchschnittsalters (in Jahren):

$$\bar{x} = \frac{1}{130}(10 \cdot 15 + 47 \cdot 35 + 42 \cdot 45 + 31 \cdot 57,5) = 42,06$$

(c) Berechnung des Medians:

50% der befragten Personen werden in der 3.Klasse erreicht. Der Median lässt sich also wie folgt berechnen:

$$F(\bar{x}_Z) = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(\bar{x}_Z) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)} = x_3^u + (x_3^o - x_3^u) \frac{F(0,5) - F(x_3^u)}{F(x_3^o) - F(x_3^u)}$$
$$40 + 10 \cdot \frac{0,5 - 57/130}{(99 - 57)/130} = 40 + 10 \cdot \frac{8}{42} = 41,9$$

## Aufgabe 6

Geeignete Mittelwerte.

1. Geometrisches Mittel:

$$\bar{x}_G = \sqrt[3]{(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,15) \cdot (1 - 0,0005)} - 1 = 8,13\%$$

2. Insgesamt befragte Personen:  $100 + 1000 = 1100$ . Für die Abschaffung sind  $60 + 380 = 440$ . Also sind  $440/1100 = 40\%$  dafür.