

Aufgabe 1

(8 Punkte)

Mit der Kettenregel abgeleitet

$$\begin{aligned}f(x + ct) &= (x + ct)^2 \\f'(x + ct) &= 2(x + ct) \cdot 1 \\f''(x + ct) &= 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \\f'(x + ct) &= 2(x + ct) \cdot c \\f''(x + ct) &= 2 \cdot c \cdot c = 2c^2\end{aligned}$$

Eingesetzt in die DGL:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x, t) = 2 - \frac{c^2}{c^2} 2 = 0.$$

Die Funktion ist eine Lösung. Natürlich ist auch $(x - ct)^2$ eine Lösung, weil $(-c) \cdot (-c) = +c^2$. Die Funktionen können aber keine elektromagnetische Welle beschreiben - sie sind nicht periodisch.

Die benötigten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} y(x, t) &= \frac{3}{2} \cdot k(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dx^2} y(x, t) &= 3 \cdot k^2(kx + \omega t) \\ \frac{d}{dt} y(x, t) &= \frac{3}{2} \cdot \omega(kx + \omega t)^2 \\ \frac{d^2}{dt^2} y(x, t) &= 3 \cdot \omega^2(kx + \omega t)\end{aligned}$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2} y(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} y(x, t) &= 3k^2(kx + \omega t) - \frac{1}{c^2} 3\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 3k^2(kx + \omega t) - \frac{k^2}{\omega^2} 3\omega^2(kx + \omega t) \\ &= 3k^2(kx + \omega t) - 3k^2(kx + \omega t) = 0\end{aligned}$$

Aufgabe 2

(22 Punkte)

- a) Für die Bildweite b benötigt man die Brennweite, es ist $D = 1/f = 20 \text{ dpt}$ und damit $f = 1/D = 5 \text{ cm}$. Aus der Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{g-f}{fg}$$
$$b = \frac{fg}{g-f} = \frac{5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{15 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = 7,5 \text{ cm}$$

Die Vergrößerung der Abbildung ist (das Minuszeichen zeigt an, dass das Bild auf dem Kopf steht)

$$V_1 = (-1) \frac{b}{g} = -\frac{7,5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = -\frac{1}{2}.$$

- b) Das Bild der ersten Abbildung entsteht genau zwischen den beiden Linsen, also $g_2 = 7,5 \text{ cm}$ vor der zweiten Linse. Mit der Abbildungsgleichung liefert die zweite Linse eine Abbildung bei

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{b_2} + \frac{1}{g_2} \Leftrightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{g_2} = \frac{g_2 - f_2}{f_2 g_2}$$
$$b_2 = \frac{f_2 g_2}{g_2 - f_2} = \frac{6 \text{ cm} \cdot 7,5 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm} - 6 \text{ cm}} = 30 \text{ cm}$$

Das Bild des Systems entsteht $b_2 = 30 \text{ cm}$ hinter der zweiten Linse. Die Vergrößerung ist

$$V_2 = (-1) \frac{b_2}{g_2} = -\frac{30 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm}} = -4.$$

Die Vergrößerung des Systems ist $V_1 \cdot V_2 = (-1/2) \cdot 4 = 2$.

- c) das Bild steht aufrecht, es ist reell (beide Abbildungen lassen sich durch tatsächliche Lichtstrahlen konstruieren und liefern ein reelles Bild, die Vergrößerung ist positiv)
- d) Konstruktion der Abbildung:

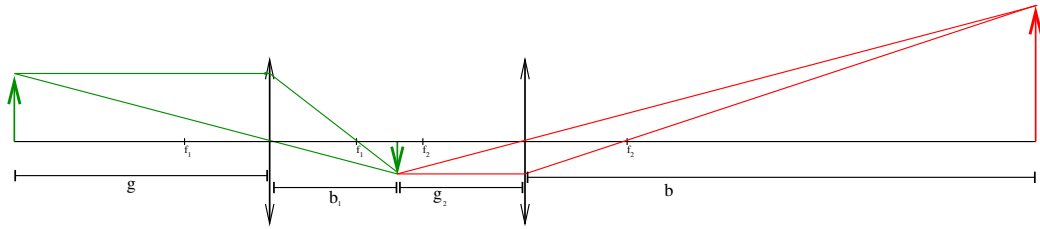


Abbildung 1: Abbildung durch das Linsensystem.

- e) Das Linsensystem kann nicht durch eine Linse ersetzt werden (eine Linse liefert ein reelles Bild, das auf dem Kopf steht oder ein aufrechtes virtuelles Bild!).
- f) Wenn das Bild auf dem Kopf stehen darf, kann die Abbildung mit einer Linse erzeugt werden. Gegenstand und Bild sind genau 60 cm voneinander entfernt, die Abbildung hat eine Gesamtvergrößerung von $V = -2$, also gilt

$$\frac{b}{g} = 2 \Rightarrow b = 2 \cdot g \quad \text{oder} \quad g_3 = 20 \text{ cm}, b_3 = 40 \text{ cm}$$

Damit kann die benötigte Brennweite berechnet werden:

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{g_3} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{40 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow f_3 = 13, \bar{3} \text{ cm}$$

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Heute ganz einfach - alle optischen Geräte, die ein Bild erzeugen, ohne dass ein menschliches Auge beteiligt ist (Schirm, Fotoapparate, CCD-Kameras), würden nach der griechischen Vorstellung nicht funktionieren.

Bei Licht kann es sich auch nicht um mechanisch wechselwirkende Kügelchen handeln - es wären keine Interferenzeffekte (z.B. die Beugung am Doppelspalt) möglich.

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Der Lichtstrahl wird exakt in die Einfallsrichtung reflektiert.

a) Konstruktion des Strahlengangs:

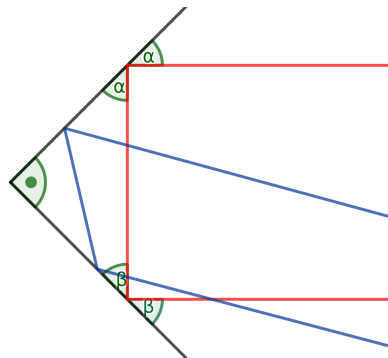


Abbildung 2: Spiegelsystem.

- b) Bei Reflexion gilt, dass der Ausfallswinkel gleich dem Einfallswinkel ist. Die eingezeichneten Winkel sind Wechselwinkel bzw. Stufenwinkel und daher immer gleich - auch für einen beliebigen Einfallswinkel. Der reflektierte Strahl läuft dem einfallenden Strahl immer genau entgegen.
- c) Für jeden Winkel läuft der Strahl in Gegenrichtung aus.
- d) senkrecht aufeinanderstehende Spiegel (in drei Dimensionen) werden in Reflektoren (Rückstrahler an Fahrrädern etc.) verwendet. Eine der Apollo-Missionen der NASA hat in den 1970er-Jahren ein solches Spiegelsystem auf der Mondoberfläche installiert, mit dem heute noch regelmäßig der Abstand des Mondes vermessen wird.

Aufgabe 5

(5 Punkte)

Aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz kann man die beiden Fälle direkt ablesen:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin(\beta) = \sin(\alpha) \frac{n_1}{n_2}$$

Für gleiche Ein- und Ausfallswinkel gilt also

$$\sin(\beta) = \sin(\alpha) \frac{n_1}{n_2} = \sin(\alpha)$$

Die beiden möglichen Fälle sind

1. senkrechter Einfall $\sin(\alpha) = \sin(\beta) = 0$ oder
2. identische Brechungsindizes $n_1 = n_2 \Rightarrow n_1/n_2 = 1$

Beim senkrechten Einfall wird der Strahl teilweise reflektiert, bei gleichen Brechungsindizes gibt es keine Änderung der Materialien - und damit auch keinen Grund für Reflexion.