Aufgabe 1

(10 Punkte)

$$f(x,t) = (x - ct)^3 = (g(x))^3$$

Die Ableitungen lauten (Kettenregel):

$$\begin{aligned} f'(x,t) &= 3(x-ct)^2 \\ f''(x,t) &= 6(x-ct) \\ \dot{f}(x,t) &= 3(x-ct)(-c) \\ \ddot{f}(x,t) &= 6(x-ct)(-c)(-c) = 6c^2(x-ct), \end{aligned}$$

in die Differentialgleichung eingesetzt:

$$f''(x,t) - \frac{1}{c^2}\ddot{f}(x,t) = 6(x-ct) - \frac{1}{c^2}6c^2(x-ct) = 0$$

$f(x,t)$ ist also eine Lösung der Differentialgleichung. Da sich bei der Ableitung von $g(x,t)$ lediglich das Vorzeichen vor c verändert und $c^2 = (-c)^2$ ist $g(x,t)$ ebenfalls eine Lösung. Physikalisch ist der Unterschied lediglich die Bewegungsrichtung der Welle (f läuft nach rechts, g nach links).

Aufgabe 2

(9 Punkte) Die Konstruktion der Lichtquelle erfolgt vom Lichtfleck aus:

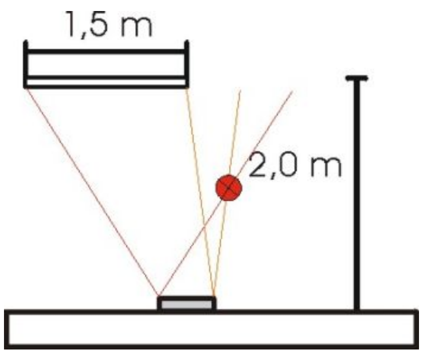

Abbildung 1: Konstruktion der Abbildung

Das benutzte Gesetz ist das Reflexionsgesetz:

$$\frac{\alpha}{\beta} = 1$$

(mit dem Einfallswinkel α und dem Ausfallswinkel β), die beteiligten Winkel werden gegen die Normale der reflektierenden Oberfläche gemessen.

Aufgabe 3

(4 Punkte)
Licht breitet sich von der Sonne geradlinig in alle Richtungen unseres Sonnensystems aus (die Wellenfronten sind kugelförmig). Nur ein schmaler Lichtkegel trifft dabei auf die Erde - damit ist die Energie, die die Erde pro Zeiteinheit aufnimmt bedeutend geringer (im Mittel etwa $1,367 \cdot 10^3$ Watt). Wir können den Rest des Sonnenlichts nur wahrnehmen, wenn es auf andere Himmelskörper (z. B. Planeten oder Kometen) trifft und von ihnen gestreut wird. Da das übrige Sonnenlicht unser Auge nicht erreicht, erscheint uns das restliche Weltall als dunkel.

Aufgabe 4

(10 Punkte)
Da der im Winkel $\alpha_1 = 50,0°$ einfallende Lichtstrahl an der Grenzfläche zur Senkrechten hin gebrochen wird ($\beta = 30,9°$), muss für die Brechzahlen beider Medien $n_2 > n_1$ gelten. Mit $n_1 = 1$ in Luft folgt aus dem Brechungsgesetz:

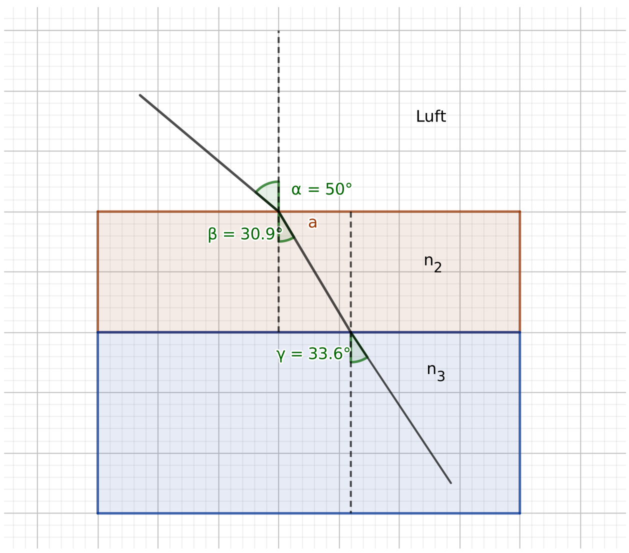

Abbildung 2: Brechung an zwei Oberflächen

$$n_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot n_1 = \frac{\sin 50,0°}{\sin 30,9°} \cdot 1 \approx 1,49$$

Beim zweiten Übergang ($\alpha_2 = 30,9°, \beta_2 = 33,6°$) wird der Lichtstrahl von der Senkrechten weg gebrochen, folglich muss $n_3 < n_2$ gelten. Mit $n_2 \approx 1,49$ folgt:

$$n_3 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot n_2 = \frac{\sin 30,9°}{\sin 33,6°} \cdot 1,49 \approx 1,38$$

Die Brechzahlen betragen somit näherungsweise $n_1 = 1$ (Luft), $n_2 = 1,49$ (beispielsweise Plexiglas oder Leinöl) und $n_3 = 1,38$ (beispielsweise Wasser mit 1 mol/l Saccharose).

Aufgabe 5

(22 Punkte)
Ein Linsensystem besteht aus einer Sammellinse L_1 mit einer Brennweite von f_1=2cm und einer Sammellinse L_2 mit Brennweite f_2=3cm im Abstand von 10cm. Ein Gegenstand der Höhe G=2cm befindet sich im Abstand g=3cm vor der ersten Linse. Konstruieren Sie die Abbildung und geben Sie die Vergrößerung des Systems an

a) zeichnerisch

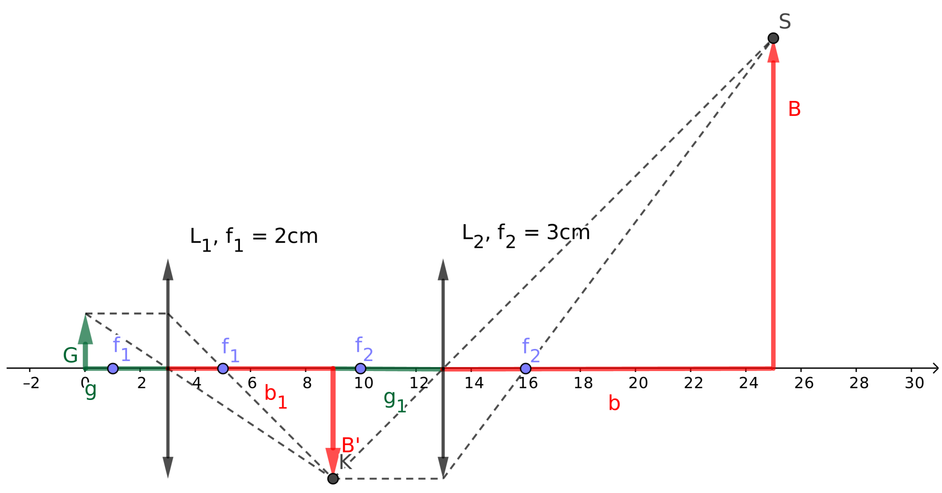

Abbildung 3: Konstruktion der Abbildung durch das Linsensystem

b) rechnerisch Abbildung der ersten Linse:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad b_1 = \frac{f_1 \cdot g}{g - f_1}$$
$$b_1 = \frac{2 \cdot 3\text{cm}^2}{3\text{cm} - 2\text{cm}} = 6cm$$
$$V_1 = (-1)\frac{b_1}{g} = -3$$

Abbildung des Zwischenbilds bei b_1 durch die zweite Linse: $g_1 = 10$cm -6cm = 4cm.

$$b = \frac{f_2 \cdot g_1}{g_1 - f_2} = \frac{3 \cdot 4\text{cm}^2}{4\text{cm} - 3\text{cm}} = 12\text{cm}$$
$$V_2 = (-1)\frac{b}{g_1} = -3$$

Die Vergrößerung des Systems ist

$$V_{ges} = V_1 \cdot V_2 = (-3)(-3) = 9.$$