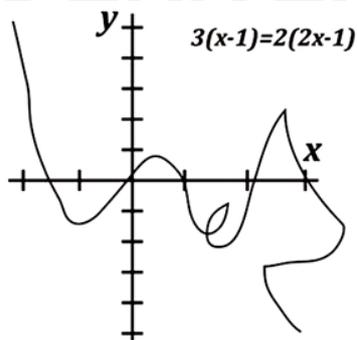


Übungsklausur Mathematik II

TMM23

Juni 2024

**DON'T DRINK
&
DERIVE!**



Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Zahl

$$a = \sqrt{\frac{28}{3}}$$

näherungsweise durch ein Taylorpolynom bis $n = 2$.

Aufgabe 2

Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = e^x$ um die Stelle $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe.

Aufgabe 3

Ein Elektron bewegt sich mit der Zeit t unter dem Einfluss einer äußeren Kraft $\vec{F}(t)$ (die Geschwindigkeit ist zu jeder Zeit sehr viel kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit!) entlang der Bahn

$$\vec{s}(t) = \frac{t^2}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ e \\ 0 \end{pmatrix}; t > 0$$

Berechnen Sie die Kraft $\vec{F}(t)$

Aufgabe 4

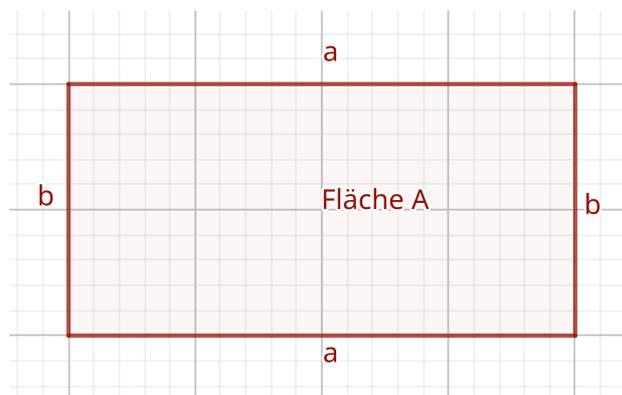


Abbildung 1: Zaun um eine Fläche

Wie groß ist die maximale rechteckige Fläche, die mit einem Zaun der Länge $l = 20\text{m}$ eingezäunt werden kann?

Aufgabe 5

der Vektor

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

beschreibt den Punkt $P = (0, 0, 1)$, er kann an der durch x_1 und x_2 gebildeten Ebene gespiegelt werden (der gespiegelte Punkt ist $Q = (0, 0, -1)$).

Allgemein gilt für eine Spiegelung an der x_1 - x_2 -Ebene: der Punkt $P = (x_1, x_2, x_3)$ wird in den Punkt $Q = (x_1, x_2, -x_3)$ übergeführt. Drücken Sie die Spiegelung durch eine Matrixoperation $S \cdot \vec{x}$ für den allgemeinen Vektor \vec{x} aus.

Aufgabe 6

Gegeben ist die Funktion:

$$f : x \mapsto e^x(x^2 - 5x + 5); x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema/Wendestellen und das Verhalten für große/kleine Variablenwerte. Zeichnen (Skizze!) Sie die Funktion in einem geeigneten Intervall.

Aufgabe 7

Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x - x^2}$$

c)

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(\sqrt{4x})$$

d)

$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$$

Aufgabe 8

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe. Was lässt sich aus dem Ergebnis für den Konvergenzradius schließen (die Berechnung des Konvergenzradius ist nicht nötig)?