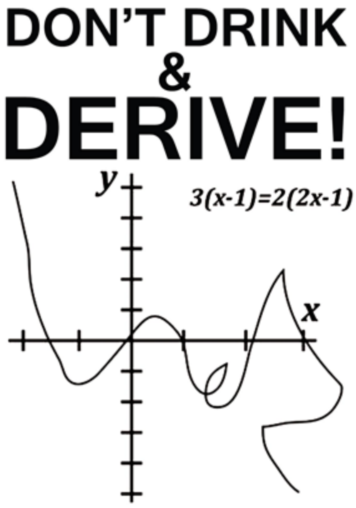
Übungsklausur Mathematik II

TMM21

Juni 2022



Aufgabe 1

Bestimmen Sie näherungsweise den Wert

$$C = \frac{\sqrt{2,1}}{\sqrt{2}},$$

indem Sie die 'krumme' Wurzel im Zähler durch ein Taylorpolynom $T_1(x)$ ausdrücken.

Aufgabe 2

Enwickeln Sie die Funktion $f(x) = e^x$ um die Stelle $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe.

Aufgabe 3

Ein Elektron bewegt sich mit der Zeit t unter dem Einfluss einer äußeren Kraft $\vec{F}(t)$ (die Geschwindigkeit ist zu jeder Zeit sehr viel kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit!) entlang der Bahn

$$\vec{s}(t) = \frac{t^2}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ e \\ 0 \end{pmatrix} \; ; \; t > 0$$

Berechnen Sie die Kraft $\vec{F}(t)$

Aufgabe 4

Die Bremskraft einer Wirbelstrombremse sei durch

$$K(v) = \frac{a^2 v}{v^2 + b^2}, v > 0$$

als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit v gegeben. Die Parameter a und b sind dabei konstant. Bei welchem Wert v wird $K(v)$ am größten und wie lautet der größte Wert von K? Was bedeuten die Lösungen für v mit unterschiedlichen Vorzeichen?

Aufgabe 5

a) Bestimmen Sie a so, dass die Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + 2$$

in $x = 2$ eine Extremstelle hat. Um welche Art von Extremstelle handelt es sich ?

b) Bestimmen Sie alle Punkte $(x_0; y_0)$, an denen eine Tangente mit der Steigung $m = 4/3$ an das Schaubild der oben bestimmten Funktion f angelegt werden kann. Geben Sie die Gleichungen dieser Tangenten an.

c) Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$?

d) Skizzieren Sie die Funktion in einem passend gewählten Bereich.

Aufgabe 6

Gegeben ist die Funktion:

$$f : x \longmapsto e^x(x^2 - 5x + 5); x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema/Wendestellen und das Verhalten für große/kleine Variablenwerte. Zeichnen (Skizze!) Sie die Funktion in einem geeigneten Intervall.

Aufgabe 7

Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

a)
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$$

b)
$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x - x^2}$$

c)
$$f(x) = \frac{1}{2}\sin(\sqrt{4x})$$

d)
$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$$

Aufgabe 8

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ in eine Taylorreihe. Was lässt sich aus dem Ergebnis für den Konvergenzradius schließen (die Berechnung des Konvergenzradius ist nicht nötig)?