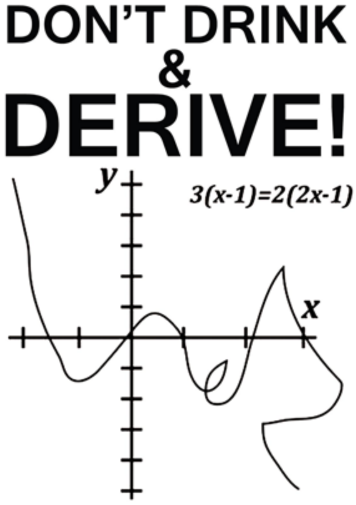
Übungsklausur Mathematik II

TMM17

Juni 2018



Aufgabe 1

Sei p eine positive reelle Zahl. Welches Rechteck, unter allen Rechtecken mit vorgegebenem Umfang $2p$, hat den größten Flächeninhalt?

Aufgabe 2

Berechnen Sie näherungsweise den Wert der Quadratwurzeln $\sqrt{4,2}$ und $\sqrt{4,4}$ (die Beschränkung auf den positiven Ast genügt natürlich). Dazu kann die geschickt gewählte Funktion $f(x) = \sqrt{4+x}$ bis zum dritten Term in eine Potenzreihe um $x = 0$ entwickelt werden.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen (falls möglich).

a) $e^{3x} \cdot 2x$

b) $e^{x^3} \cdot 2x^2$

c) $\sqrt{x^2+3}$

d) $x \cdot \ln(x)$, $x > 0$

e)
$$\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x}{2x + 1 + x^2}$$

Aufgabe 4

Gegeben ist eine reellwertige Funktion $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - \frac{9}{4} \quad (x \in \mathbb{R})$. Geben Sie Definitions- und Wertebereich an und untersuchen Sie $f(x)$ auf Nullstellen, Extrema, Wendepunkte, Symmetrie und Krümmungsverhalten. Wie verhält sich die Funktion für $x \to \pm\infty$?

Skizzieren Sie die Funktion mit Hilfe der gefundenen Werte in einem geeignet gewählten Intervall.

Aufgabe 5

Berechnen Sie das Taylor-Polynom $T_3(x)$ der Funktion $f(x) = e^x \sin x$ um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

Aufgabe 6

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für die Funktion $f(x) = e^x \cdot x$ die Beziehung
$$f^{(n)}(x) = f(x) + e^x \cdot n$$
für die n-te Ableitung gilt.

Aufgabe 7

Zwei PKWs B und C fahren einander mit Fernlicht in einer Kurve entgegen, die von einem Mathematiker geplant wurde - ihr Verlauf kann durch die Funktion

$$f(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{7}{4}$$

beschrieben werden. Alice befndet sich im Punkt A(-2/2) abseits der Straße. Von welchen Stellen aus blenden die Scheinwerfer der Fahrzeuge Alice?