

# Übungsklausur Mathematik II

TMM14

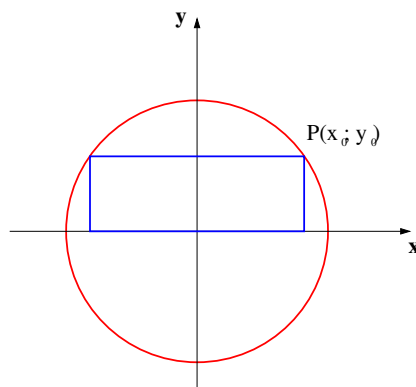
18.06.2015

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

## Aufgabe 1

(11 Punkte)



**Abbildung 1:** Rechteck im Halbkreis.

In einen Halbkreis, gegeben durch die Gleichung  $r^2 = x^2 + y^2$  mit  $y \geq 0$ , wird ein Rechteck mit zwei Eckpunkten auf dem Umfang eingeschrieben (vgl. Abb. 1). Welche Koordinaten muss P haben, damit die Fläche des Rechtecks ein Maximum annimmt?

## Aufgabe 2

(9 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung von

a)

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x - x^2}$$

c)

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(\sqrt{4x})$$

d)

$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$$

## Aufgabe 3

(12 Punkte)

a) Bestimmen Sie  $a$  so, dass die Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + 2$$

in  $x = 2$  eine Extremstelle hat. Um welche Art von Extremstelle handelt es sich ?

b) Bestimmen Sie alle Punkte  $(x_0; y_0)$ , an denen eine Tangente mit der Steigung  $m = 4/3$  an das Schaubild der oben bestimmten Funktion  $f$  angelegt werden kann. Geben Sie die Gleichungen dieser Tangenten an.

c) Wie verhält sich die Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ ?

d) Skizzieren Sie die Funktion in einem passend gewählten Bereich.

## Aufgabe 4

(15 Punkte)

Gegeben ist die Funktion:

$$f : x \mapsto e^x(x^2 - 5x + 5); x \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrema/Wendestellen und das Verhalten für große/kleine Variablenwerte. Zeichnen (Skizze!) Sie die Funktion in einem geeigneten Intervall.

## Aufgabe 5

(8 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Grenzwerts

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

die Ableitung der Funktion  $f(x) = x^3$ .