

Übungsklausur Mathematik II

TMM13

18.06.2014
Zeit: 90Min.

Aufgabe 1

(11 Punkte)

Die Bremskraft einer Wirbelstrombremse sei durch

$$K(v) = \frac{a^2 v}{v^2 + b^2}, v > 0$$

als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit v gegeben. Die Parameter a und b sind dabei konstant. Bei welchem Wert v wird $K(v)$ am größten und wie lautet der größte Wert von K (Es ist keine Berechnung der zweiten Ableitung gefordert!). Was bedeuten die Lösungen für v mit unterschiedlichen Vorzeichen?

Aufgabe 2

(9 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung von

a)

$$f(x) = x^2(1 + \sqrt{x})$$

b)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{2x - x^2}$$

c)

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(\sqrt{4x})$$

d)

$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$$

Aufgabe 3

(12 Punkte)

a) Bestimmen Sie a so, dass die Funktion

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + 2$$

in $x = 2$ eine Extremstelle hat. Um welche Art von Extremstelle handelt es sich ?

b) Bestimmen Sie alle Punkte $(x_0; y_0)$, an denen eine Tangente mit der Steigung $m = 4/3$ an das Schaubild der oben bestimmten Funktion f angelegt werden kann. Geben Sie die Gleichungen dieser Tangenten an.

c) Wie verhält sich die Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$?

d) Skizzieren Sie die Funktion in einem passend gewählten Bereich.

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3x^2 - x^3 (x \in \mathbb{R})$. Untersuchen Sie $f(x)$ auf Nullstellen, Extrema, Wendepunkte und Krümmungsverhalten. Wie verhält sich die Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$?

Skizzieren Sie $f(x)$ im Intervall $[-2; 4]$.

Aufgabe 5

(8 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Grenzwerts

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3$.