

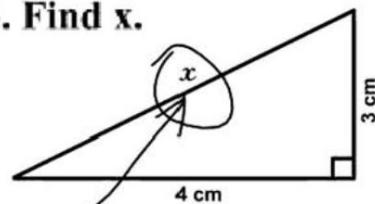
Übungsklausur Mathematik III

TMK09 / TMX09

Zeit: 90Min.

Insgesamt erreichbare Punktzahl: 55, 100%: 50 Punkte.

3. Find x.



Here it is

Hilfsformeln

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b} \quad \ln a + \ln b = \ln(a \cdot b)$$

Fourierkoeffizienten:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Integrale $\int f(x)dx$ der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = 2x^2 \cdot e^x$

(b) $f(x) = \frac{2\sqrt{5}}{x^2-5}$

(12 Punkte)

Aufgabe 2

Skizzieren Sie die durch

$$x \geq 0; y \geq 0; 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4$$

gegebene Fläche und berechnen Sie den Flächeninhalt über ein Doppelintegral.

(5 Punkte)

Aufgabe 3

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'^2 - 2xy' - 2y + 2x^2 = 0$$

- (a) Zeigen sie, dass die Funktion $y(x) = (x + C)^2 + C^2$, ($x > 0$) eine Lösung der Differentialgleichung ist.
- (b) Zeigen sie, dass die Funktion $y(x) = \frac{x^2}{2}$ ebenfalls eine Lösung der Differentialgleichung ist.
- (c) Wie nennt man die Lösung in a), wie die Lösung in b)?

(6 Punkte)

Aufgabe 4

Finden Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = 2x \cdot (y(x))^2$$

(4 Punkte)

Aufgabe 5

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

$$y' = 2y + e^{2x}$$

mit der Methode der Variation der Konstanten.

(b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = 2y + e^{2x}, \quad y(0) = 22.$$

(7 Punkte)

Aufgabe 6

(a) Klassifizieren Sie die beiden Differentialgleichungen

$$y' + 2y = e^{2y} \tag{1}$$

$$y'' - y + 4x = 0 \tag{2}$$

(linear/nicht-linear, homogen, Ordnung?)

(b) Wieviele Lösungen besitzt die DGL (1)?

(c) Wieviele Lösungen besitzt die DGL (2)?

(d) Wieviele Lösungen besitzt das Anfangswertproblem zur DGL (2)

$$y'' - y + 4x \quad y(0) = -127?$$

(6 Punkte)

Aufgabe 7

Gegeben sei die 2π -periodische Sägezahnfunktion, die durch $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$ für $0 \leq x < 2\pi$ definiert ist. Sie kann in eine Fourier-Reihe

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(nx) + b_n \cdot \sin(nx)]$$

entwickelt werden, wobei $a_n = 0$ für $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ (es handelt sich um eine ungerade Funktion). Berechnen Sie den Fourier-Koeffizienten b_1 .
(7 Punkte)

Aufgabe 8

Das Gewicht des Neugeborenen Andy Theke in seinen ersten Lebenstagen ist in Tabelle 1 zusammengefasst:

n	Lebenstag	Gewicht (g)
1	1	3180
2	3	2960
3	6	3220
4	11	3270
5	12	3350

Tabelle 1: Gewicht eines Neugeborenen.

- Zeichnen Sie ein Streudiagramm der Werte.
- Bestimmen Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate eine Ausgleichsgerade $y = a \cdot x + b$.
- Benutzen Sie die berechneten Werte, um das voraussichtliche Gewicht nach 365 Tagen abzuschätzen.

(8 Punkte)