

## Aufgabe 1

Gegeben ist die Relation

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|; \quad x \in \mathbb{R}$$

- Handelt es sich bei  $f(x)$  um eine Funktion? Warum?
- Schreiben Sie die Relation in betragsfreier Form und skizzieren Sie den Verlauf in einem geeignet gewählten Intervall (Tipp: quadratisch Ergänzen hilft...)
- ist die Relation in ihren Nullstellen stetig?

## Aufgabe 2

Berechnen bzw. lösen Sie

a)

$$2x^3 - 6(x^2 + 1) = 1$$

b)

$$\sum_{k=1}^5 (2k - 1) + \prod_{k=1}^3 (2k + 1)$$

c)

$$x^2 - x + \frac{5}{2} = 0$$

Stellen Sie die Lösungen auf geeignete Weise grafisch dar. Wie groß ist die Summe der beiden Lösungen?

## Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} a^2(x + 4) & \text{für } x < 2 \\ 3(10a - 6x) & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

Bestimmen Sie den Parameter  $a$  so, dass die Funktion in  $x_0 = 2$  stetig ist.

#### Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen gilt

$$n^2 + n \text{ ist eine gerade Zahl}$$

(also für  $n \in \mathbb{N}$  ohne Rest durch 2 teilbar).

#### Aufgabe 5

Bestimmen Sie mit Hilfe der Potenzreihenentwicklung des Sinus den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x))^{2x}$$

(Hinweis:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$ ).

#### Aufgabe 6

Gegeben sind die Matrix  $A$  und der Vektor  $x$  mit

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die folgenden Größen:  $A \cdot x$ ,  $x \cdot A$  und  $A^2 (= A \cdot A)$ .