Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die durch die Funktion

$$f(x) = \frac{(x+1^2)}{x-2}$$

gegebene Kurve an der Stelle $x_0 = 0$. Geben Sie das MacLaurinsche Polynom $T_1(x)$ bis $n = 1$ an.

Aufgabe 2

Welche der folgenden Funktionen lassen sich ableiten? Bestimmen Sie die erste Ableitung, sofern möglich.

a)

$$f(x) = \frac{x^2-4}{2x^2+1}; \qquad x \in \mathbb{R}$$

b)

$$f(x) = 3\cos(x^2+3)$$

c)

$$f(x) = e^{12\cdot\sin(x)}$$

d)

$$f(x) = \left(\sqrt{x^2+3}\right)^5$$

e)

$$f(x) = \frac{x}{x^2+3}; \qquad x \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 3

(5 Punkte) U sei der Umfang eines Rechtecks mit $a \geq 0$ und $b \geq 0$. Wie muss das Rechteck beschaffen sein, um eine möglichst große Fläche zu besitzen?

Warum liefert die Rechnung kein Ergebnis, wenn man das Rechteck mit der kleinsten Fläche sucht?

Aufgabe 4

Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der Relation

$$r(x) = x \cdot \frac{x^2 - 4}{2} \ ; \quad x \in \mathbb{R}$$

an und untersichen Sie $r(x)$ auf Nullstellen, Extrema, Wendestellen, Symmetrie, Stetigkeit und das Verhalten für große und kleine Variablenwerte. Handelt es sich um eine Funktion?

Skizzieren Sie die Relation in einem geeignet gewählten Bereich

Aufgabe 5

Die rücksichtslosen Autofahrer Bob und Charlie durchfahren mit Fernlicht in unterschiedlichen Richtungen eine Kurve, die sich wie $k(x) = -\frac{x^2}{2} + x + \frac{7}{2}$ verhält (sie wurde von einem Mathematiker geplant). Alice steht neben der Straße im Punkt $(1/4, 5)$. An welchen Punkten müssen Bob und Charlie das Fernlicht abschalten, wenn sie Alice nicht blenden wollen?

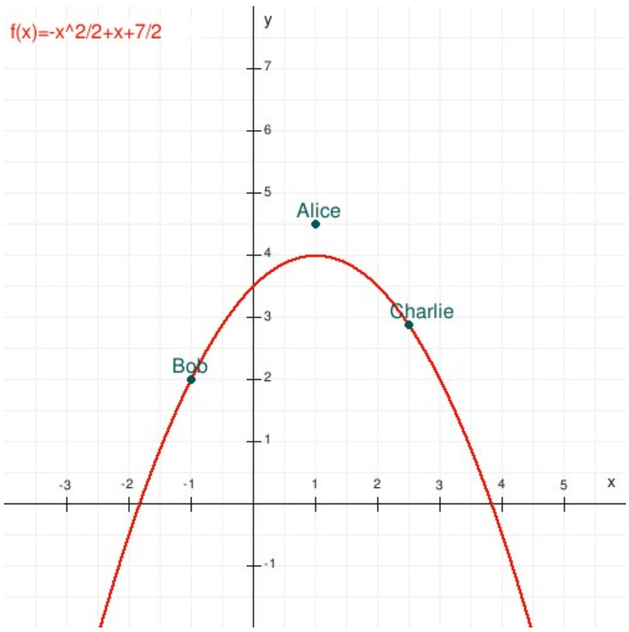

Abbildung 1: Bob und Charlie fahren Kurven