

Aufgabe 1

gegeben ist ein quadratisches Polynom

$$p(x) = x^2 - 4x + 1 \quad x \in \mathbb{R}.$$

- Handelt es sich um eine Funktion? Warum?
- Bestimmen Sie Nullstellen und Schnittpunkt mit der y -Achse.
- Ist das Polynom symmetrisch? Ist es stetig?
- Skizzieren Sie das Schaubild von $p(x)$ in einem geeigneten Intervall.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe der Potenzreihenentwicklung

- den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x))^{2x}$$

(Hinweis: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$).

- die komplexe Zahl

$$z = \sin(i).$$

Geben Sie den Real- und den Imaginärteil von z an.

Aufgabe 3

Finden Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen

- $x(x^2 - 7) = -6$
- $3x^3 - 24x^2 + 20x + 3 = 2 - (25x - 1)$
- $x^3 + 8x^2 + 16x = 0$

Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen gilt

$$n^2 + n \text{ ist eine gerade Zahl}$$

(also für $n \in \mathbb{N}$ ohne Rest durch 2 teilbar).

Aufgabe 5

Berechnen Sie

a)

$$\frac{1}{3! - 1} \sum_{n=-2}^2 \frac{n^2 k}{p}$$

b)

$$3 \cdot 3! - \sum_{k=1}^3 \prod_{l=1}^3 l$$

Aufgabe 6

Zeigen Sie die Konvergenz der unendlichen Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^3 + k}$$

Aufgabe 7

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 14x - 7c & x < 3 \\ c^2(x - 3) & x \geq 3 \end{cases}$$

Bestimmen Sie den Parameter c so, dass die Funktion $f(x)$ in ganz \mathbb{R} stetig ist.