Aufgabe 1

Die Bremskraft einer Wirbelstrombremse sei durch

$$K(v) = \frac{a^2 v}{v^2 + b^2}, v > 0$$

als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit v gegeben. Die Parameter a und b sind dabei konstant. Bei welchem Wert v wird $K(v)$ am größten und wie lautet der größte Wert von K (Es ist keine Berechnung der zweiten Ableitung gefordert!). Was bedeuten die Lösungen für v mit unterschiedlichen Vorzeichen? (6 Punkte)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die durch die Funktion $f(x) = x^3 + 2\sin x - x^2 \cos x$ gegebene Kurve im Punkt $P = (0; 0)$. Geben Sie das Mac Laurinsch Polynom bis $n = 1$ an. (7 Punkte)

Aufgabe 3

Welche der folgenden Funktionen sind differenzierbar (Begründung)? Bestimmen Sie für die differenzierbaren Funktionen die Ableitung. (12 Punkte)

a) $e^{3x} \cdot 2x$

b) $e^{x^3} \cdot 2x^2$

c) $\sqrt{x^2 + 3}$

d) $x \cdot \ln(x)$, $x > 0$

e) $e^{\cos(2x)}$

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = x^3 - 3x - 2$ im Intervall $D =]-\frac{3}{2}, 3[$ auf Extrema, Nullstellen und Wendepunkte. Wie verhält sich $f(x)$ für $x \to \pm\infty$?

Skizzieren Sie die anschließend die durch die Funktion gegebene Kurve im angegebenen Intervall D. (14 Punkte)

Aufgabe 5

Berechnen Sie das Taylor-Polynom $T_3(x)$ der Funktion $f(x) = e^x \sin x$ um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. (11 Punkte)

Aufgabe 6

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für die Funktion $f(x) = e^x \cdot x$ die Beziehung

$$f^{(n)}(x) = f(x) + e^x \cdot n$$

für die n-te Ableitung gilt. (5 Punkte)